

VÝPOČET ZVLNENIA MOMENTU DVOJFÁZOVÉHO SYNCHRÓNNEHO MOTORA S PERMANENTNÝMI MAGNETMI.

CALCULATION OF THE TORQUE RIPPLE OF THE TWO-PHASE SYNCHRONOUS PERMANENT MAGNETS MOTOR.

Pavel ZÁSKALICKÝ

Katedra elektrických pohonov a mechatroniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky,
Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, 04200 Košice,
tel:055-6022272, e-mail: zaskal@tuke.sk

SUMMARY

The paper deals with a new type of an electronically commuted two-phase salient pole permanent magnet synchronous motor. Permanent magnet machines are attracting growing attention for a wide variety of industrial and household applications for many reasons. The excitation of the machine is provided by permanent magnets, brushes and slip rings are eliminated, therefore resulting in a simple structure.

The motor is fed from a single semiconductor voltage-source inverter with a rectangular output voltage. The waveform of the voltage is controlled by a microcomputer. Microcomputer control frequency starting of the motor too. From the finite element analysis the characteristics of this new motor type were utilized.

In presented paper an analytical method for the determination of motor currents and torque is presented. From the calculated equations the torque ripple for a rectangular voltage feeding is determined and the comparisons between the calculated and measured values are given.

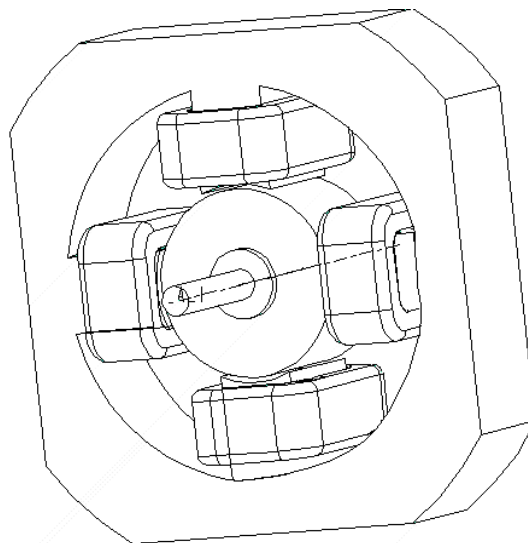
Keywords: Synchronous motor, two-phase motor, permanent magnet motor, torque ripple.

1. ÚVOD.

Synchrónne motorčeky s permanentnými magnetmi sa v ostatnom období stávajú veľmi atraktívnymi pohonnými strojmi v rôznych oblastiach priemyselných aplikácií. Veľmi často sú používané aj v zariadeniach pre domácnosti, ako sú automatické práčky alebo umývačky riadu. Ich veľkou prednosťou je veľmi jednoduchá konštrukcia. Satorové valcové cievky sú oveľa menej náročné na výrobu v porovnaní s vinutím jednofázového asynchrónneho motora, kde je vinutie potrebné vkladať do drážok. Aj rotor z permanentného magnetu je výrobne oveľa jednoduchší, ako je výroba rotora s kotvou nakrátko a navyiac v rotore nevznikajú elektrické straty.

Nevýhodou takýchto strojov je potreba polovodičového meniča, ktorý je schopný frekvenčne motor rozbehnúť. Avšak s ohľadom na malé napájacie prúdy motora vychádza menič malý. Jeho riadenie zabezpečuje mikropočítačový čip, takže prídavné zariadenia svojou cenou nepredražia celý pohon.

Pre potreby pohonu čerpadla umývačiek riadu bol vyvinutý a postavený dvojfázový synchrónny motorček s vyniklými satorovými pólmi a dvojpólovým permanentným magnetom na rotore. Jeho konštrukčné usporiadanie je uvedené na obrázku 1. Dve protiahlé satorové cievky ktoré tvoria jednu fázu sú zapojené do série. Napájanie zabezpečuje jednoduchý dvojfázový polovodičový



Obr.1. Dvojfázový synchrónny motor.

Fig.1. Two-phase synchronous motor.

menič. Výstupné napätie meniča je obdĺžnikové. Napájacie napätia sú vzájomne posunuté o $\pi/2$. Rotor je vyrobený z plastomagnetického materiálu.

Parametre motora:

Magnetický obvod statora:

- vonkajší priemer 100 mm
- vnútorný priemer 40 mm
- dĺžka 27 mm
- šírka pólu 15 mm

<i>Rotor</i>	
-vonkajší priemer	36 mm
- vnútorný priemer	16 mm
- dĺžka	27 mm
<i>Vzduchová medzera</i>	1mm
<i>Statorové vinutie</i>	1500 závitov/pól

Priebeh magnetických polí bol simulovaný metódou konečných prvkov. Výpočtom bolo zistené, že priebeh indukovaného napätia je sínusový.

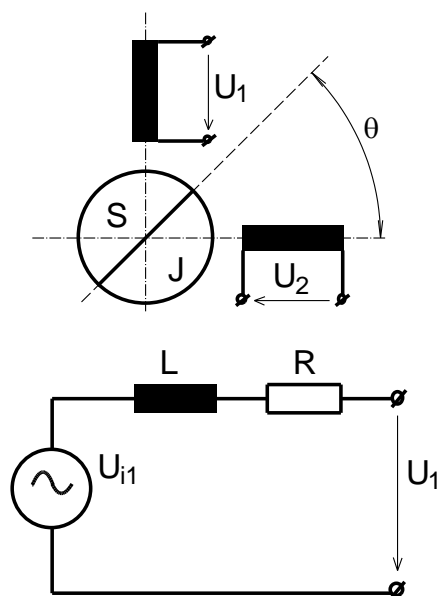
Vypočítané parametre motora:

Indukované napätie	155V pri $n = 3000$ ot / min
Synchrónna indukčnosť	1,27H pre $f = 50$ Hz
Odpor vinutia fázy	240 Ω

Platnosť všetkých parametrov bola overená meraním na realizovanej vzorke motora.

2. MATEMATICKÝ MODEL.

Matematický model dvojfázového synchronného motora je oveľa jednoduchší ako trojfázového. Fázy sú na seba kolmé, tým sú vzájomne magneticky nezávislé. Pre výpočet elektrických a mechanických vlastností stačí uvažovať len jednu fázu. Na obr. 2. je uvedené schematické usporiadanie a jednofázová náhradná schéma motora.



Obr.2. Jednofázová náhradná schéma motora.
Fig.2. Per phase equivalent circuit of the motor.

Predpokladáme, že vinutia fáz sú identické a že magnetický obvod je symetrický. Pri výpočtoch budeme zanedbávať reluktančný moment. Zanedbanie tohoto momentu nám umožňuje

vzduchová medzera, ktorá je s ohľadom na motor relatívne veľká.

Okamžitý príkon motora je daný súčtom príkonov jednotlivých fáz:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 \quad (1)$$

Tento sa v motore delí na tri časti:

$$p = p_j + p_m + p_e \quad (2)$$

kde:

$$p_j = R \cdot (i_1^2 + i_2^2)$$

sú jouleove straty v statorovom vinutí;

$$p_m = L \left(\frac{d i_1}{d t} + \frac{d i_2}{d t} \right)$$

je jalový výkon statorových vinutí;

$$p_e = u_{i1} i_1 + u_{i2} i_2$$

predstavuje elektrický výkon motora.

Rýchlosť rotora synchronného motora je konštantná a je závislá len od frekvencie napájacieho napätia. Takže okamžitú hodnotu momentu motora môžeme určiť zo vzťahu:

$$M = \frac{p_e}{\omega} \quad (3)$$

kde: ω je mechanická rýchlosť motora.

Priebeh indukovaných napätí pre danú rýchlosť je známy z výpočtov magnetických polí motora, pre určenie okamžitej hodnoty momentu potrebujeme vypočítať priebehy fázových prúdov. Tieto je možné vypočítať z napäťovej rovnice jednej fázy motora. Z náhradnej schémy z obr.2. vyplýva:

$$u_1 = R \cdot i_1 + L \frac{d i_1}{d t} + u_{i1} \quad (4)$$

Pri predpoklade konštantnej rýchlosti motora, môžeme napäťovú rovnicu zjednodušiť tým, že nahradíme čas polohou rotora.

$$\omega = \frac{d \theta}{d t}$$

Po dosadení do (4) dostávame:

$$u_1 = R \cdot i_1 + L \omega \frac{d i_1}{d \theta} + u_{i1} \quad (5)$$

kde: θ je uhol natočenia rotora

3. PRIEBEH NAPÁJACÍCH NAPÄTÍ.

Motor je napájaný z polovodičového meniča obdĺžnikovým napätím s amplitúdou rovnou špičkovej hodnote sieťového napätia.

Priebehy obdĺžnikových napajacich napati je mone vyjadriť Fourierovym rozvojom.

Pre napájacie napätie prvej fázy :

$$u_1 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4U_m}{(2k-1)\pi} \sin[(2k-1)\theta] \quad (6)$$

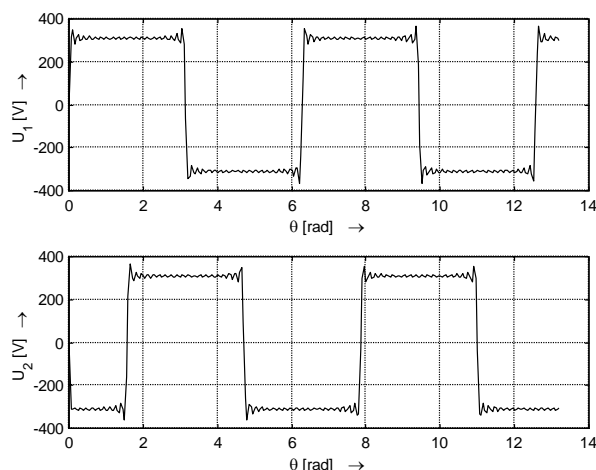
pre $k = 1, 2, 3, \dots$

Napájacie napätie druhej fázy je voči prvej fáze posunuté o $\pi/2$. Priebeh tohoto napätia je mone vyjadriť Fourierovym rozvojom v tvare:

$$u_2 = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4U_m}{(2k-1)\pi} \cos[(2k-1)\theta] \quad (7)$$

pre $k = 1, 2, 3, \dots$

kde: U_m je vrcholová hodnota napájacieho napätia. Priebehy napajacich napati pre prvych 20 harmonickych zloiek sú uvedene na obr.3.



Obr.3. Priebehy napajacich napati.
Fig.3. Course of feeding voltages.

Vnútorné indukované napätia maju harmonicky priebeh a sú vzájomne posunute o $\pi/2$. Ich priebehy je mone vyjadriť jednoduchymi sinusovymi a kosinusovymi funkciami:

$$u_{i1} = U_i \sin(\theta - \gamma) \quad (8)$$

Respektive pre druhu fázu:

$$u_{i2} = -U_i \cos(\theta - \gamma) \quad (9)$$

kde: U_i je vrcholová hodnota vnútorného indukovaného napätia;

Uhol γ predstavuje fazovy posun medzi prvou harmonickou zlokou napájacieho napätia a vnutornym indukovanym napatim. Jeho velkost závisí od záťažového momentu stroja.

4. VÝPOČET PRÚDOV.

Pre výpočty prúdov jednotlivych fáz je potrebné vyriešiť diferenciálnu rovnicu (5). Po dosadení hodnot napajacich a indukovanych napati dostávame:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{4U_m}{(2k-1)\pi} \sin[(2k-1)\theta] = R \cdot i_1 + L\omega \frac{di_1}{d\theta} + U_1 \sin(\theta - \gamma) \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{4U_m}{(2k-1)\pi} \cos[(2k-1)\theta] = R \cdot i_2 + L\omega \frac{di_2}{d\theta} - U_i \cos(\theta - \gamma) \quad (11)$$

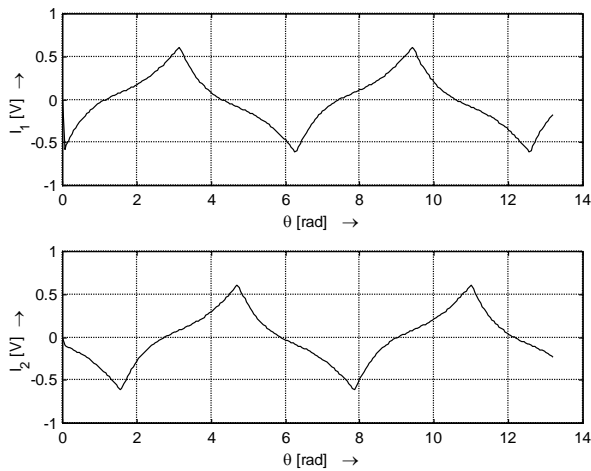
Uvedene rovnice maju analytické riešenie. Všeobecné riešenie rovnic (10) a (11) dostávame v tvare uvedenom v tabuľke 1. Pre ustálený stav je exponenciálny člen rovný nule.

$$C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta} = 0 \quad (12)$$

$i_1 = \frac{1}{\omega L} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4U_m}{(2k-1)\pi} \left[\frac{\frac{R}{\omega L} \sin[(2k-1)\theta] - (2k-1) \cos[(2k-1)\theta]}{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 + (2k-1)^2} \right] - U_i \frac{\frac{R}{\omega L} \sin(\theta - \gamma) - \cos(\theta - \gamma)}{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 + 1} \right\} + C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta}$
$i_2 = \frac{1}{\omega L} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot 4U_m}{(2k-1)\pi} \left[\frac{\frac{R}{\omega L} \cos[(2k-1)\theta] + (2k-1) \sin[(2k-1)\theta]}{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 + (2k-1)^2} \right] - U_i \frac{\frac{R}{\omega L} \cos(\theta - \gamma) + \sin(\theta - \gamma)}{\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2 + 1} \right\} + C \cdot e^{-\frac{R}{\omega L} \theta}$

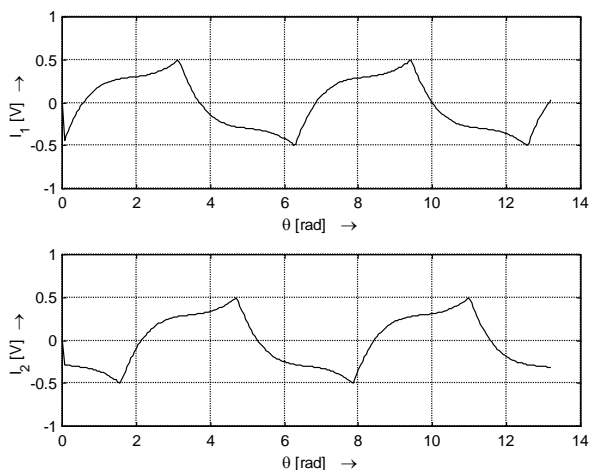
Tab.1. Analytické vyjadrenie statorovych prúdov
Tab.1. Analytical expression for the stator currents.

Na základe rovníc uvedených v tabuľke 1. boli vypočítané priebehy statorových prúdov. Na obr.4. sú uvedené priebehy prúdov pri chode naprázdno.



Obr.4. Priebehy prúdov v chode naprázdno
Fig.4. The waveforms of the currents at no-load.

Na obr.5. sú uvedené priebehy statorových prúdov pre zaťažený stroj. Stroj bol zaťažený záťažovým momentom o hodnote 25 Ncm.



Obr.5. Priebehy prúdov zaťaženého stroja
Fig.5. The waveforms of the currents at the load.

5. VÝPOČET MOMENTOV.

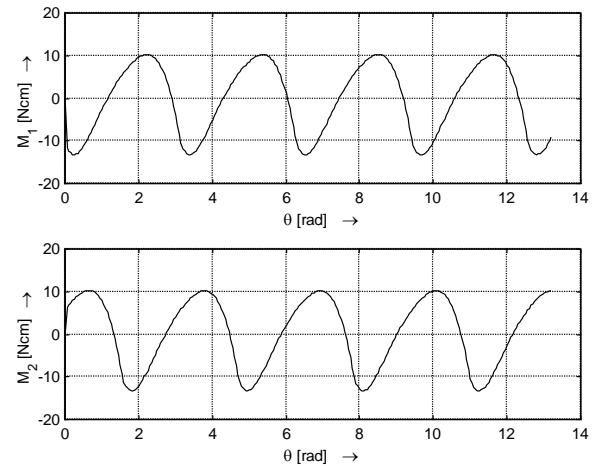
Vnútroň elektromagnetický moment je daný súčtom okamžitých hodnôt momentov jednotlivých fáz:

$$M = M_1 + M_2 = u_{i1} \cdot i_1 + u_{i2} \cdot i_2 \quad (13)$$

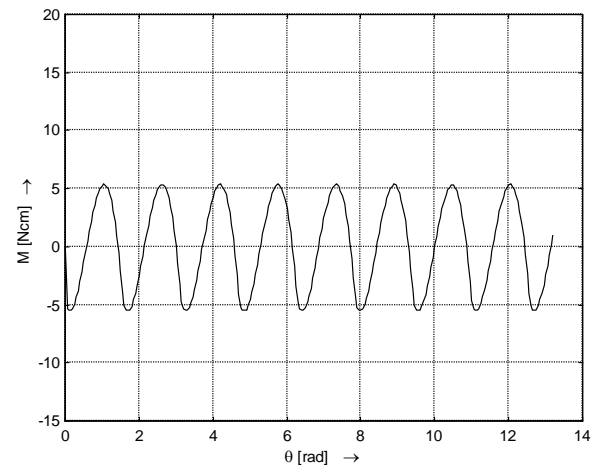
Zo známych priebehov budiacich prúdov a indukovaných napätí boli vypočítané priebehy okamžitých hodnôt momentov jednotlivých fáz.

Na obr. 6. sú priebehy momentov fáz pre nezaťažený stroj. Výsledný elektromagnetický moment je uvedený na obr. 7. S ohľadom na

obdĺžnikový priebeh napájacích napätí je zvlnenie výsledného momentu veľké.

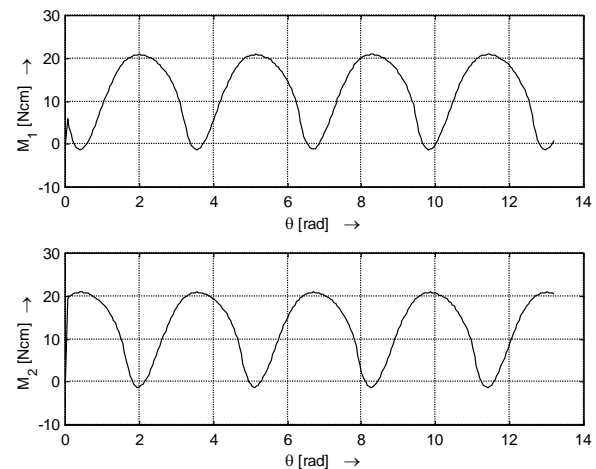


Obr.6. Priebehy momentov fáz v chode naprázdno
Fig.6. The waveforms of the phase-torque at no-load.



Obr.7. Priebeh výsledného momentu v chode naprázdno

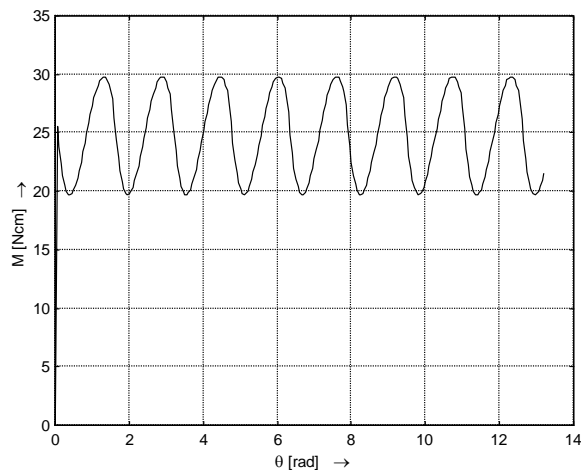
Fig.7. The waveform of the total torque at no-load.



Obr.8. Priebehy momentov fáz zaťaženého stroja.
Fig.8. The waveforms of the phase-torque at load.

Požiadavka jednoduchého napájacieho zdroja však neumožňuje riadenie prúdu.

Na obrázku 8. sú uvedené priebehy momentov fáz pri zaťažení záťažovým momentom 25 Ncm. Obrázok 9. ukazuje priebeh výsledného momentu zaťaženého stroja.

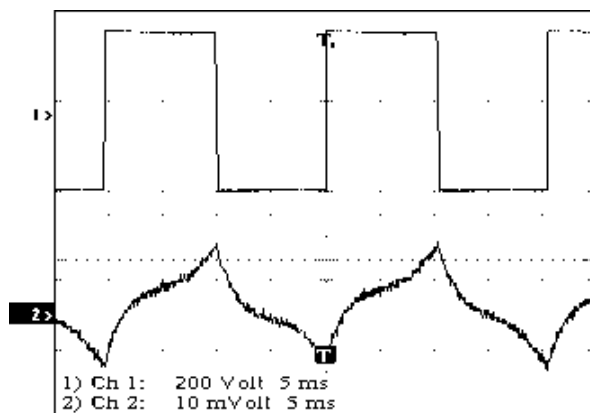


Obr.9. Priebeh výsledného momentu pri zaťažení.
Fig.9. The waveform of the total torque at load.

6. EXPERIMENTÁLNE VÝSLEDKY.

Pre overenie výpočtov boli uskutočnené merania na realizovanom prototypu motora. Priamé merania elektromagnetických fázových momentov stroja nie sú uskutočniteľné s ohľadom na zotrvačné momenty rotora. Takže zhodu medzi vypočítaným a reálnym priebehom elektromagnetického momentu nie je možné vyhodnotiť.

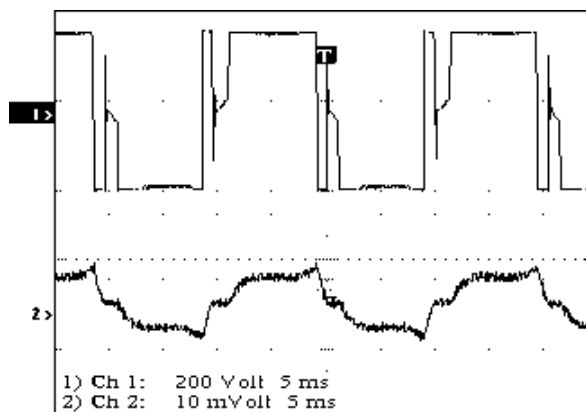
Uskutočnili sa však merania fázových budiacich prúdov, ktoré sa porovnali s vypočítanými hodnotami. Pri vyhodnotení zhody medzi vypočítanými a reálnymi hodnotami vnútorných indukovaných napätí sa dá predpokladať realnosť vypočítaných priebehov momentov.



Obr.10. Namerané priebehy v chode naprázdno.
Fig.10. Measured waveforms at non-loaded machine.

Na obr.10. sú uvedené namerané hodnoty napájacieho napätia a fázového prúdu pri behu motora naprázdno. Tvar priebehu prúdu ako aj okamžité hodnoty odpovedajú vypočítaným hodnotám z obr.4.

Na obr.11. sú uvedené namerané hodnoty pri zaťažení.



Obr.11. Namerané priebehy pri zaťažení stroja.
Fig.11. Measured waveforms at loaded machine.

Priebehy nameraných veličín potvrdzujú zhodu s vypočítanými hodnotami z obrázku 5..

7. ZÁVER.

V predloženom článku je uvedená metodika výpočtu prúdov a momentov dvojfázového synchronného stroja s permanentným magnetom na rotore. Merania na realizovanom prototypu motora poukázali veľkú zhodnosť priebehov prúdov. Tým je možné predpokladať aj zhodu v priebehoch momentov.

Pri napájaní obdĺžnikovým napätím je zvlnenie momentu rovné približne 20% strednej hodnoty momentu stroja. Zníženie zvlnenia je možné buď reguláciou prúdu, čo je dosť technicky nákladné, alebo zužovaním dĺžky napájacieho napätia. Týmto postupom ale klesá aj stredná hodnota momentu stroja. Výpočtom je možné nájsť optimum medzi zvlnením a strednou hodnotou momentu stroja.

LITERATÚRA.

1. Záskalický, P., Ferková, Ž.: *Design of two-phase synchronous permanent magnet motor drive*; 14th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, pp. 133-135, 3-5 October 2001, Vysoké Tatry, Slovensko.
2. Klug, L.: *Elektromechanická premena energie*; Časopis EE, III – N° 6, December 1997, pp: 6-7, Bratislava, Slovensko .
3. Hrabovcová, V., Janoušek, L., Rafajdus, P., Ličko, M.: *Moderné elektrické stroje*; EDIS-

Žilinská univerzita, 2001, ISBN- 80-7100-809-5. Slovensko.

4. Miksiewicz R., Mrozek A.: *Właściwości silników synchronicznych z magnesami trwałymi umieszczonymi na powierzchni wirnika*. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka z.168, pp.137-146, Gliwice 1999.
5. Schreier L., Chomát M., Doležal I.: *Effect of machine geometry on higher harmonics content in air-gap magnetic field of synchronous reluctance machine*; Scientific Letters of Silesian University of Technology, z.176, pp.259-266, Gliwice 2001, Poland.
6. Klug, L.: *Brushless permanent magnet machine design and simulation*; 14th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, 3-5 October 2001, Vysoké Tatry, Slovensko.
7. Hájek, V., Kuchyňková, H.: *Losses Analysis and the Efficiency Optimization of the Automotive Electric Machines*; 14th International Conference on Electrical Drives and Power Electronics, 3-5 October 2001, Vysoké Tatry, Slovensko.
8. Záskalický, P.: *Mathematical Model of Self Starting Single Phase Permanent Magnet Synchronous Motor*, MicroCAD'99 International Computer Science Conference, February 24-26, 1999, Miskolc, Hungary.

POĎAKOVANIE.

Táto práca vznikla vďaka finančnej podpore Grantovej agentúry slovenskej republiky. Problematika bola riešená v rámci výskumnej úlohy číslo: 1/8127/01.

Autor ďakuje spoločnosti BSH Drives and pumps s.r.o. Michalovce za výrobu prototypu motora a financovanie prác na realizácii napájacích a riadiacich obvodov motora.

BIOGRAPHY.

Pavel Záskalický was born on 17.12.1949. He is graduated in electrical engineering from the Technical University of Košice in 1974. He received the Ph.D. degree in 1985. In 1989-1991 he is worked as a lecturer in Technical University of Sidi-Bel-Abbes Algiers. Since 1991 he spend four years at the Polytechnic Institute, Nancy, France as Assistant Professor. Since 1995 he has been an Associate Professor of Electric Machines at the Department of Electric Drives of the Technical University of Košice, Slovakia. His professional area concerns the analysis of the electrical machines, mainly of the switched reluctance motors and permanent magnet motors.